

SCUOLA SECONDARIA DI I GRADO

1. Un curioso sistema elettorale prevede che il voto di un cittadino residente in una data località abbia valore proporzionale al numero di anni dal quale la località stessa appartiene alla nazione. Se venisse applicato nel 2025 in Italia, dove Firenze ne è parte dalla proclamazione del Regno (1861), mentre Roma dal 1870, quando conterebbe circa in meno il voto di un romano rispetto a quello di un fiorentino?

(A) 3.5% **(B) 5.5%** (C) 7.5% (D) 9.5%

Soluzione: la risposta è la (B). Firenze appartiene alla nazione italiana da $2025 - 1861 = 164$ anni, mentre Roma da $1870 - 1861 = 9$ in meno. Pertanto il voto di un romano conterebbe $9/164$ in meno, ovvero circa il 5.5%.

2. In un paese si tiene mercato tutti i martedì. Se in un dato anno ha avuto luogo 53 volte, allora di certo il primo giorno dell'anno non può essere stato di:

(A) domenica (B) lunedì (C) martedì (D) nessuno dei tre

Soluzione: la risposta è la (A). Un anno è composto da 52 settimane più un giorno o due, a seconda che non sia bisestile o che lo sia.

Nel primo caso, un solo giorno della settimana compare 53 volte, facendolo in particolare il primo e l'ultimo dell'anno: quindi l'anno è iniziato di martedì.

Nel secondo caso, due giorni compaiono 53 volte: uno il primo e il penultimo dell'anno, l'altro il secondo e l'ultimo dell'anno. Per essere uno di questi il martedì, l'anno deve iniziare o di lunedì oppure di martedì.

3. Un torneo ad eliminazione diretta (chi perde lascia la competizione) strutturato su sfide doppie (andata e ritorno, esclusa la finale che è in gara unica) coinvolge 48 squadre. Quante partite si giocano?

(A) 93 (B) 94 (C) 95 (D) 96

Soluzione: la risposta è la (A). Al termine di ogni sfida doppia, a prescindere dal formato, viene eliminata una squadra. Questo succede fino a quando restano due squadre, ovvero $48 - 2 = 46$ volte, dando luogo a $46 \cdot 2 = 92$ partite. Le due squadre restanti giocano poi la finale unica, che è la 93-esima partita.

4. Tre squadre di pallacanestro disputano tre partite (ogni squadra incontra le altre due) e per il regolamento del torneo non possono pareggiare. Con quale probabilità c'è una squadra che ha vinto entrambe le partite?

(A) $1/3$ (B) $1/2$ (C) $2/3$ **(D) $3/4$**

Soluzione: la risposta è la (D). Se A, B, C sono le tre squadre, le tre partite sono A-B, A-C, B-C. Ci sono $2^3 = 8$ casi possibili, avendo ognuna delle tre partite due possibili esiti; i casi favorevoli sono che vincano rispettivamente AAB, AAC, BAB, BCB, ACC, BCC. La probabilità è pertanto $6/8 = 3/4$.

5. Due amici giocano una partita di un gioco da tavolo basata su n round (ad ogni round non si può pareggiare): il primo round vale 1 punto, il secondo 2, e così via fino all'ultimo round che vale n punti. Per quale di questi valori di n è possibile che la partita termini in pareggio?

- (A) 9 (B) 10 **(C) 11** (D) tutti e tre

Soluzione: la risposta è la (C). La somma dei numeri da 1 a 9 vale 45, quella fino a 10 vale 55, quella fino a 11 vale 66. Solo quest'ultimo è pari, permettendo ai due giocatori di pareggiare con 33 punti l'uno, per esempio se il primo vince i round 1, 4, 5, 6, 8, 9, mentre il secondo i round 2, 3, 7, 10, 11.

6. Davide sta organizzando un viaggio in un Paese lontano, dove le città principali sono tutte collegate da strade rettilinee. Egli sa che la distanza tra le città di Zyphea e Nahzmir è di 60 km, mentre la distanza tra Zyphea e Viridion è di 70 km. Vorrebbe conoscere la distanza tra Nahzmir e Viridion, ma la brochure ha un difetto di stampa e del dato è riportato solo che la cifra delle centinaia è 1 mentre quella delle unità 0. Quale tra questi valori è possibile?

- (A) 120 km** (B) 140 km
(C) 160 km (D) più di una delle risposte precedenti è possibile

Soluzione: la risposta è la (A). Non è possibile che la distanza tra Nahzmir e Viridion sia più di 130 km, essendo quella la lunghezza del tragitto Nahzmir-Zyphea-Viridion; al limite, possono essere di meno se il percorso più breve tra le due città non passa per Zyphea.

7. Due ragazzi giocano a *bim bum bam*: ognuno mostra con le dita di una mano un numero compreso tra 1 e 5, e il risultato è dato dalla somma dei due numeri (di cui spesso interessa solo se è pari o dispari). Qual è il risultato numerico più probabile?

- (A) 5 **(B) 6** (C) 7 (D) 8

Soluzione: la risposta è la (B). Se indichiamo con la coppia (n,m) il fatto che il primo giocatore mostra n e il secondo m le coppie la cui somma è 6 sono $(1,5)$ $(2,4)$ $(3,3)$ $(4,2)$ $(5,1)$. Per tutti gli altri numeri c'è un numero minore di coppie.

8. La scala mesotonica di Bach prevede che le frequenze delle note musicali siano tali per cui il rapporto tra quelle di due suoni consecutivi (come Do e Do#, che distano un semitono) sia costante. Inoltre, il rapporto tra le frequenze delle note che distano 12 semitoni (un'ottava) è 2. Allora, l'incremento relativo tra la frequenza di una nota e quella di 6 semitoni (mezza ottava) più alta è:

- (A) meno del 50%** (B) il 50%
(C) più del 50% (D) dipende dalle note

Soluzione: la risposta è la (A). Se l'incremento relativo fosse del 50%, allora la frequenza di una nota un'ottava (cioè due mezze ottave) più alta dovrebbe essere del 125% superiore dal momento che $(1+0.5)^2 = 1.5^2 = 2.25 = 1+1.25$. Ma essendo il rapporto pari a 2 in realtà lo è del 100%. Quindi l'incremento che corrisponde a mezza ottava deve essere inferiore al 50%.

9. In una fila di quattro amici, Luca è in mezzo a due ragazze. Anna è davanti solo a Marco. Chi è il primo della fila?

- (A) Marco (B) Luca (C) Anna **(D) Chiara**

Soluzione: la risposta è la (D). Se Anna è davanti solo a Marco, lei è penultima (terza) mentre lui è ultimo (quarto). Tuttavia Luca non può essere primo, essendo in mezzo a due ragazze. Ne consegue che Luca è secondo, e ad essere prima è per forza Chiara, anche se il suo nome non compare nelle informazioni del testo.

10. Nei gironi della Nations League di calcio, ognuna di 4 squadre incontra tutte le altre, una volta in casa e una in trasferta. In un calendario di incontri, quante squadre al massimo possono alternare casa e trasferta in modo che ad ogni partita in casa ne segua sempre una in trasferta e viceversa?

(A) 0 (B) 1 **(C) 2** (D) più di 2

Soluzione: la risposta è la (C). Se le squadre sono W, X, Y, Z, e la 1° giornata è W-X e Y-Z, tutte alternano con quella dopo se la 2° è Z-W e X-Y. Ora, la 3° giornata sarà costituita da W-Y o viceversa e X-Z o viceversa; comunque si scelga, solo due squadre alterneranno rispetto alla 2°. Ponendo le giornate dalla 4° alla 6° come le prime tre con casa e trasferta scambiate, si riscontra infine che le stesse due squadre continueranno ad alternarsi effettivamente fino alla fine del torneo.